

Exposé(e)s de doctorant(e)s

Sebastián Barbieri (Laboratoire d'Informatique et du Parallélisme, Lyon)

Une preuve courte de l'existence des subshifts fortement apériodiques sur les groupes dénombrables

On montrera comment utiliser un théorème provenant de la théorie des graphes pour montrer que, pour chaque groupe dénombrable, il existe un sous-ensemble fermé dans la topologie produit et invariant par décalage X inclus dans $\{0,1\}^G$, tel que chaque configuration en X a un stabilisateur trivial sous l'action du décalage. En plus, on montrera que, quand G a un problème de mot décidable, on peut décrire X comme le complément des cylindres énumérés par une machine de Turing.

Paul Brunet (Laboratoire d'Informatique et du Parallélisme, Lyon)

Algèbres de Kleene : entre sémantique des programmes et automatisation des mathématiques

Une algèbre de Kleene est une structure algébrique munie des opérations d'expressions régulières : zéro, un, somme, produit et étoile. Les relations binaires forment une telle algèbre, ainsi que les langages. Cette théorie est décidable, c'est-à-dire qu'il existe un algorithme permettant de décider si une équation utilisant uniquement ces opérations est une loi universelle des algèbres de Kleene. Ceci a plusieurs applications :

- 1) Il est assez naturel de modéliser une instruction d'un programme par une relation entre états algorithmes. Cette abstraction permet de plonger les programmes dans une algèbre de Kleene relationnelle. Ainsi, on peut tester dans certains cas si deux programmes sont équivalents en utilisant cette théorie.
- 2) Dans une preuve mathématique manipulant des relations binaires, on peut faire appel à cet algorithme pour automatiser certaines étapes de preuve. Diverses extensions de ces algèbres existent, certaines étant mieux comprises que d'autres.

Arthur Chassaniol (Laboratoire de Mathématiques de Clermont-Ferrand)

Groupes quantiques d'automorphismes des graphes finis

Il s'agira tout d'abord de présenter la construction des groupes quantiques de permutations (analogues quantiques libres des groupes de permutations S_n) puis celle des groupes quantiques d'automorphismes d'un graphe fini. Ensuite nous montrerons deux méthodes qui permettent d'étudier les "symétries quantiques" de ces graphes finis.

François Dayrens (Institut Camille Jordan, Lyon)

Approximation d'énergies géométriques et reconstruction de domaines

Comment approcher un ensemble, en toute dimension, et calculer son périmètre d'un point de vue numérique ?

Nous répondrons à cette question en introduisant la méthode de champ de phase qui donne, en approchant la fonction indicatrice d'un ensemble par des fonctions plateaux, un moyen simple d'approcher le périmètre ou des énergies plus régulières d'un ensemble. Après avoir illustré les différentes intuitions se cachant derrière cette approche, nous l'utiliserons afin de reconstruire un domaine de l'espace à partir de coupes planaires.

Aucun lapin ne sera physiquement blessé par l'exposant pendant cet exposé.

Christian d'Elbée (Institut Camille Jordan, Lyon)

Ultraproduit et théorème d'Ax-Grothendieck

Nous aborderons la notion d'ultraproduit de corps afin de montrer le théorème d'Ax-Grothendieck : Toute fonction rationnelle complexe injective est surjective. Cela nous permettra de faire de la théorie des modèles sans parler de formules.

Gwladys Fernandes (Institut Camille Jordan, Lyon)

Schéma d'une démonstration de transcendance illustré par un exemple de fonction mahlérienne

En 1873, Hermite démontre dans son mémoire la transcendance du nombre e . Sa preuve pose les bases d'une méthode devenue classique en théorie de la transcendance. Celle-ci a notamment été développée par Mahler à la fin des années 1920 pour démontrer l'indépendance algébrique de valeurs prises par des fonctions mahlériennes en certains nombres algébriques. Au travers d'un exemple de fonction mahlérienne dont nous définirons l'appellation, nous découvrirons les différents éléments de cette méthode de démonstration.

Marion Foare (Laboratoire de Mathématiques de Chambéry)

Reconstruction d'images via la fonctionnelle de Mumford-Shah

Proposée par David Mumford et Jayant Shah en 1989, la fonctionnelle de Mumford-Shah est depuis lors l'une des plus étudiées pour la segmentation et la reconstruction des images. Dans cet exposé, nous nous intéresserons en particulier à la fonctionnelle d'Ambrosio-Tortorelli, qui est une approximation par Gamma-convergence de la fonctionnelle de Mumford-Shah. Contrairement à d'autres méthodes telles que les level set ou les approches par champs de phases, l'approximation d'Ambrosio-Tortorelli permet une reconstruction lisse des images, tout en conservant et en extrayant les contours des régions d'intérêts de la donnée image. Dans un premier temps, je présenterai l'approximation d'Ambrosio-Tortorelli, quelques propriétés de la Gamma-convergence ainsi que des résultats de la minimisation de la fonctionnelle d'Ambrosio-Tortorelli avec un schéma aux différences finies classique. Nous verrons alors que ce type de schéma est en fait peu adapté à l'optimisation de telles fonctionnelles, ce qui nous a conduit à utiliser des méthodes de calcul discret pour la résolution. Je présenterai donc dans un second temps une version discrète de la fonctionnelle d'Ambrosio-Tortorelli ainsi que des résultats numériques obtenus grâce à cette nouvelle approche.

Tatiana Galochkina (Institut Camille Jordan, Lyon)

Ondes de réaction-diffusion pour un modèle de coagulation sanguine

On considère un modèle mathématique de coagulation sanguine. En cas de rupture d'un vaisseau, une chaîne de réactions chimiques est lancée pour prévenir la perte de sang par obstruction du site endommagé avec un caillot. La dynamique de formation de caillots est déterminée par la distribution de la concentration dans le plasma d'une enzyme appelée thrombine. Chez un individu, la moindre anomalie dans la formation de thrombine conduit à de sérieuses pathologies physiologiques. Se propageant depuis le site endommagé à vitesse constante, la concentration en thrombine peut être décrite comme une onde de réaction-diffusion.

Dans cet exposé, nous étudierons ce modèle de coagulation sanguine et nous examinerons l'existence de solutions en ondes, leur stabilité et leur vitesse de propagation. Nous proposerons une estimation analytique de la vitesse de propagation de l'onde par la méthode de zone étroite développée dans la théorie de la combustion. Nous appliquerons cette méthode pour dériver les conditions sur la concentration des inhibiteurs de thrombine permettant d'arrêter la croissance du caillot et nous comparerons nos résultats avec des modèles plus complexes et des données expérimentales.

Chih-Kang Huang (Institut Camille Jordan, Lyon)

Problèmes de compacité pour les surfaces de Willmore

L'importance applicative des surfaces de Willmore s'explique par les nombreux modèles où intervient l'énergie de Willmore : elle représente la tension de surface de plaques élastiques en mécanique, membranes biLaboratoire d'Informatique et du Parallélismeidiques en biologie, un terme correcteur de masse en relativité générale et bien plus encore. L'étude de la fonctionnelle de Willmore est délicate à cause de son invariance conforme.

Après un rapide survol, j'introduirai des résultats récents de compacité et expliquerai comment gérer le défaut de compacité intervenant dans le problème par une approche paramétrique.

Oscar Jarrin (Laboratoire de Mathématiques et Modélisation d'Évry)

Turbulence dans les équations de Navier-Stokes

La théorie de la turbulence développée par A.N. Kolmogorov dans l'année 1941 propose des lois simples et universelles qui décrivent le taux de dissipation d'énergie cinétique et le spectre d'énergie d'un fluide visqueux et incompressible en régime turbulent. Ces caractérisations ont été développées par la voie statistique et sont obtenues à partir d'hypothèses assez fortes sur les propriétés statistiques des observations sur le champ de vitesse d'un fluide turbulent. D'autre part, il est bien connu que les équations de Navier-Stokes décrivent l'évolution d'un fluide au cours du temps via l'étude de son champ de vitesse et alors une partie active de la recherche actuelle sur les équations de Navier-Stokes ainsi que le sujet de mon exposé consiste à montrer rigoureusement dans ces équations les lois obtenues dans la théorie de Kolmogorov (théorie K41).

Hanane Kaboul (Institut Camille Jordan, Saint-Etienne)

La méthode d'intégration produit pour résoudre des équations intégrales non-linéaires.

On s'intéresse aux équations intégrales de Fredholm de deuxième espèce non linéaires. On étudie le cas d'un noyau faiblement singulier et on pose le problème dans $L^1([a; b]; C)$. On étend la méthode d'intégration produit de $C^0([a; b]; C)$ à $L^1([a; b]; C)$. Des exemples numériques ont été réalisés pour confirmer les résultats théoriques.

Kawther Mayoufi (Laboratoire de Mathématiques et Modélisation d'Évry)

Régularité partielle des équations de Navier-Stokes

Dans cet exposé, je vais présenter une nouvelle approche de la théorie de la régularité partielle pour les solutions faibles des équations de Navier-Stokes. En introduisant la notion de solution dissipative introduite par Duchon et Robert, je vais stipuler une généralisation de la théorie de Caffarelli, Kohn et Nirenberg. Mon approche donne une nouvelle illumination du rôle de la pression dans cette théorie dans le cadre de critère de régularité locale de Serrin.

Imen Mekkaoui (Institut Camille Jordan, Lyon)

Modélisation mathématique en imagerie par résonance magnétique cardiaque de diffusion

L'imagerie par résonance magnétique de diffusion (IRMd) est une technique d'imagerie médicale qui permet d'étudier le mouvement de diffusion des molécules d'eau dans le corps humain afin de révéler la structure des tissus biologiques. Cette technique a été appliquée avec succès à des organes statiques tels que le cerveau, mais ces applications à des organes mobiles tels que cœur sont moins fréquentes compte tenu des difficultés imposées par le mouvement rapide et irrégulier du cœur qui conduit à une dégradation de l'estimation de la diffusion. Le signal d'IRMd peut être modélisé par une équation dite de Bloch-Torrey.

L'objectif de cet exposé est d'introduire un nouveau modèle basé sur l'équation de Bloch-Torrey permettant de prendre en compte le mouvement cardiaque et d'étudier numériquement l'influence du mouvement sur le signal et la diffusion mesurés pour identifier les moments du cycle cardiaque pendant lesquels la diffusion n'est pas influencée par le mouvement du cœur.

Teddy Mignot (Institut Fourier, Grenoble)

Points de hauteur bornée sur les hypersurfaces de certaines variétés toriques

Étant donnée une variété algébrique de dimension fixée et définie sur le corps des rationnels, un problème classique est d'évaluer le nombre de points rationnels de cette variété dont la hauteur est bornée par un réel B assez grand. La conjecture de Batyrev-Manin-Peyre donne une formule générale donnant le comportement asymptotique de ce nombre de points (lorsque B tend vers l'infini) susceptible d'être satisfaite par un grand nombre de variétés.

L'objectif de cet exposé est de présenter des méthodes modernes de comptage de points rationnels de hauteur bornée inspirées de la méthode du cercle de Hardy-Littlewood et de les appliquer au cas particulier des hypersurfaces de certaines variétés toriques. Nous verrons les formules asymptotiques obtenues sont en accord avec la conjecture de Contre-manifestante.

Mamadou N'Diaye (Laboratoire de Mathématiques et de leurs Applications de Pau)

Schémas numériques d'ordre élevé en temps pour les équations de Maxwell

Dans l'industrie pétrolière, les géophysiciens ont développé une stratégie appelée exploration sismique qui permet de visualiser les structures du sous-sol grâce à l'analyse des échos d'ondes sismiques. L'efficacité de cette stratégie est étroitement liée à une résolution précise des équations d'ondes.

Dans cet exposé, nous proposons d'étudier des schémas numériques pour la résolution des équations différentielles ordinaires (EDO), qui intègrent les équations d'ondes, dans le domaine temporel. Nous proposons d'analyser la stabilité, la dissipation et la dispersion des schémas numériques.

Timothée Pecatte (Laboratoire d'Informatique et du Parallélisme, Lyon)

Reconstruction de décompositions creuses

Dans cet exposé, on s'intéressera aux polynômes qui peuvent s'écrire comme somme de puissance de formes linéaires avec peu de termes. Cette décomposition généralise naturellement la décomposition de shift le plus creux (sparsest shift). On essaiera de répondre au problème algorithmique suivant : soit P un polynôme donné comme somme de monômes, trouver la décomposition comme somme de puissance de formes linéaires la plus creuse de P .

Maxime Pelletier (Institut Camille Jordan, Lyon)

Problème de branchement pour des représentations de groupes

Si on considère deux groupes G et G' tels que G est un sous-groupe de G' , le problème de branchement pour les représentations de ces groupes consiste à étudier comment une représentation irréductible de G' se décompose en somme directe de représentations irréductibles de G .

Il est bien sûr surtout utile de faire ceci pour des groupes dont on connaît les représentations irréductibles, et pour lesquels on sait que toute représentation (complexe, dans notre contexte) se décompose en somme d'irréductibles. On se concentrera donc dans cet exposé sur des groupes finis et des groupes réductifs complexes, et on s'attardera notamment sur deux exemples de branchements particuliers, qui donnent respectivement lieu aux coefficients de Littlewood-Richardson et de Kronecker.

Antoine Pinochet-Lobos (Institut de Mathématiques de Marseille)

Représentations unitaires et systèmes dynamiques

Dans cet exposé, on verra que les représentations unitaires sont un outil efficace pour étudier des systèmes dynamiques. Le bel exemple du mélange du flot géodésique sur une surface compacte de genre supérieur ou égal à deux, discuté en détails, fera le bonheur (nous l'espérons) des amateur.trices de géométrie.

Loïc Richier (Unité de Mathématiques Pures et Appliquées, Lyon)

Percolation sur des triangulations aléatoires

La triangulation uniforme infinie du demi-plan (UIHPT) a été introduite par Angel comme limite de grandes triangulations planaires à bord uniformes. Le but de cet exposé est d'étudier la géométrie des grandes composantes connexes (ou amas) de percolation critiques dans ce réseau aléatoire. Précisément, on s'intéressera à l'amas critique émergent (IIC) obtenu en conditionnant l'amas issu de l'origine à être infini, suivant l'idée originale de Kesten dans le réseau carré. On verra enfin comment cet amas critique infini déforme la géométrie de la triangulation uniforme infinie du demi-plan.

Valentin Seigneur (Unité de Mathématiques Pures et Appliquées, Lyon)

Introduction à la géométrie intégrale

Il est parfois difficile de faire des probabilités quand on vient de la géométrie et des systèmes dynamiques. Heureusement rien n'est perdu, et nous verrons qu'avec la géométrie intégrale, il est possible de résoudre des problèmes de probas avec seulement des intuitions géométriques.

Ignacio Vergara (Unité de Mathématiques Pures et Appliquées, Lyon)

Espaces L^p non commutatifs associés à des groupes discrets

Intuitivement, les espaces L^p non commutatifs sont définis de manière analogue aux espaces L^p classiques en remplaçant l'espace mesuré par une algèbre de von Neumann munie d'une trace. Un exemple très intéressant est celui de l'algèbre de von Neumann d'un groupe discret. Si le groupe est abélien, on retrouve l'espace L^p du dual de Pontryagin avec sa mesure de Haar. Cela donne donc un cadre pour étudier quelques aspects de l'analyse harmonique dans le cas non commutatif.